第１２回 広義固有空間

1. 表現行列

以下，$K = \mathbb{C}$ or $\mathbb{R}$，Vとする。以下 K^n を考える。

<u>定義</u>

$T : K^n \to K^n$，線型
$A : n$ 次正方行列，$T = T_A$
$\alpha : A$ の固有値

$W(\alpha) = \{\boldsymbol{x} \in K^n \mid (A - \alpha E)^n \boldsymbol{x} = \mathbf{0}\}$

これを固有値 α に関する **広義固有空間** という。

性質

- $V(\alpha) \subset W(\alpha)$
- $W(\alpha) : T_A$ 不変
- $r :$ 固有値 α の重複度 $\Longrightarrow \mathrm{dim} W(\alpha) = r$
- $\alpha, \beta : A$ の固有値（$\alpha \neq \beta$） $\Longrightarrow W(\alpha) \cap W(\beta) = \{\mathbf{0}\}$

これらの性質から次が分かる。

- $K^n = W(\alpha_1) \oplus \cdots \oplus W(\alpha_k)$ （$\alpha_i : A$ の固有値）

よって前回やった不変部分空間の性質を使うと，不変部分空間の基底を集めて K^n の基底とすれば A は対角線に小さな行列が並んだ形に変形できる。