

線形代数学2 レポート

提出期限: 2019年11月8日授業終了時

A4の用紙に書いて提出。2枚以上になる場合は左上を綴じること。

1. 次のベクトルが線型独立であるか線型従属であるかを答え、それを証明せよ。

$$1) \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ -4 \end{pmatrix} \right\} \quad 2) \left\{ \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \right\} \quad 3) \left\{ \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} \right\}$$

2. 次の線型変換を導く3次正方行列を求めよ。

- 3次元空間 \mathbb{R}^3 の点 $(0, 1, 0)$ を点 $(-6, 2, -6)$, 点 $(2, -1, 1)$ を点 $(16, -2, 14)$, 点 $(1, 0, 1)$ を点 $(-1, 0, -1)$ へ写す。
- 3次元空間 \mathbb{R}^3 の点 $(1, -1, 1)$ を点 $(-1, 1, -5)$, 点 $(0, 1, 4)$ を点 $(13, -10, 9)$, 点 $(0, 0, 2)$ を点 $(0, 0, -2)$ へ写す。

3. \mathbb{R}^3 の部分集合 V を考える。

$$V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 2x + y - z = 0\}$$

- V が \mathbb{R}^3 の部分線型空間であることを証明せよ。
- ベクトル $(1, -1, 1)$ が V の要素であることを証明せよ。
- V の基底を1つ作り、実際にそれが基底であることを証明せよ。
- V の次元 $\dim(V)$ を求めよ。

4. 次の行列 A, B を考える。それぞれ以下の問に答えよ。

$$A = \begin{pmatrix} 11 & -6 & -12 \\ 0 & 2 & 0 \\ 9 & -6 & -10 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 12 & 13 & 0 \\ -9 & -10 & 0 \\ 9 & 13 & -1 \end{pmatrix}$$

- 固有値とその重複度, また固有ベクトルを全て求めよ。
- 対角化可能であるかどうかを判定し, その理由を述べよ。
- 対角化可能であれば対角行列を, 可能でなければ三角行列を求めよ。またそれに用いた正則行列 P を書け。

5. 次の二次形式の符号を答えよ。

- $x^2 - y^2 + z^2 + 2xy + 2yz - 2xz$
- $6xy - 2xz$