

# 線形代数学2 期末演習

2019年12月20日

1. 次の線型空間  $V$  とその空間のベクトルの列  $S$  を考える。

$$V = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \mid a, b, c, d \in \mathbb{R} \right\}$$
$$S = \left\{ \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$$

- 1)  $S$  が線型独立であることを確かめよ。
- 2)  $S$  は  $V$  の基底ではない。理由を答えよ。
- 3)  $S$  にどんなベクトルを加えると基底となるか答えよ。

2. 次の行列  $A$  について以下の問に答えよ。

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 6 & 2 \end{pmatrix}$$

- 1) 行列  $A$  の全ての固有値とその重複度を求めよ。
- 2) 固有値に関する固有空間について、それぞれ基底を求めよ。
- 3) 行列  $A$  は対角化可能かそうでないかを答えよ。
- 4) 行列  $A$  が対角化可能であれば対角化し、また対角化に必要な正則行列  $P$  を答えよ。そうでないならば三角化せよ。

3. 2次形式  $-z^2 + 2xy$  について以下の問に答えよ。

- 1) 対称行列  $D$  で次の式を与えられた2次形式にするものを答えよ:  $(xyz)D \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$
- 2) 対称行列  $D$  を対角化する直交行列  $P$  を答えよ。
- 3) この2次形式の直交標準形を答えよ。

4. 次の行列  $B$  のジョルダン標準形を求めよ。

$$B = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$