

線形代数学2 中間演習

2019年10月31日

1. 次の \mathbb{R}^3 のベクトルの集合 \mathcal{Q} , \mathcal{R} がそれぞれ線型独立であるか線型従属であるかを答え、それを証明せよ。

$$\mathcal{Q} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix} \right\} \quad \mathcal{R} = \left\{ \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ -4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} \right\}$$

2. \mathbb{R}^2 の部分集合 V と W を考える。

$$V = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x - y = 0\}$$

$$W = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x - y = 1\}$$

- 1) 集合 V が部分線型空間であることを示せ。
- 2) 集合 W が部分線型空間ではないことを示せ。
- 3) 集合 V の基底を一つ求めよ。
- 4) 集合 V の次元を求めよ。

3. 次の問に答えよ。

- 1) 二次元平面 \mathbb{R}^2 の点 $(0, 1)$ を点 $(-2, 3)$ へ、点 $(1, 1)$ を点 $(0, 2)$ へ写す線型変換を導く正方行列 A を求めよ。
- 2) 正方行列 A は対角化可能である。その理由を述べよ。
- 3) 正方行列 A を対角化し、対角化に用いた正則行列 P を書け。

4. 次の行列 B を考える。

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 2 \\ -2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- 1) 行列 B は対角化可能ではない。その理由を述べよ。
- 2) 行列 B を三角化し、三角化に用いた正則行列 P を書け。

5. 次の二次形式の符号を答えよ。

$$2x^2 - 2xy - y^2$$