# 第５回 色々な行列

### 1. 複素共役行列と転置行列

$A = (a_{ij})$ : $(m, n)$型行列

- $\overline{A} = (\overline{a}_{ij})$ : **複素共役行列**，全ての成分で複素共役をとる
- ${}^tA = (a_{ji})$ : **転置行列**，$A$ の行と列を入れかえた $(n, m)$ 型行列

#### 性質

- ${}^t({}^tA) = A$
- ${}^t(\overline{A}) = \overline{{}^tA}$
- ${}^t(A + B) = {}^tA + {}^tB$
- ${}^t(cA) = c\,{}^tA$
- ${}^t(AB) = {}^tB\,{}^tA$

### 2. 正則行列と逆行列

$n$ 次正方行列の $(k, k)$ 成分を**対角成分**という。$(1 \leq k \leq n)$

- $E_n$ : **単位行列**，$n$ 次正方行列で対角成分が全て $1$，それ以外の成分は $0$

#### 定義

$A$ : $n$ 次正方行列
このとき $n$ 次正方行列 $X$ で $AX = XA = E_n$ を満たすものが存在するとき，$A$ を **正則行列**，$X$ を $A$ の**逆行列** という。また逆行列 $X$ を $A^{-1}$ で表わす。

#### 性質

- $A$ : 正則行列 $\Rightarrow A^{-1}$ : 正則行列，また $(A^{-1})^{-1} = A$
- $A$ : 正則行列 $\Rightarrow {}^tA$，$\overline{A}$ : 正則行列，また $(\overline{A})^{-1} = \overline{A^{-1}}$，$({}^tA)^{-1} = {}^tA^{-1}$
- $A$，$B$ : $n$ 次正則行列 $\Rightarrow AB$ : 正則行列，また $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$

### 3. トレース

$A$ : $n$ 次正方行列

- $\mathrm{Tr}A = \sum_{k=1}^{n} a_{kk}$ : **トレース**，$A$ の対角成分の和