第４回 線型写像と行列

1. 集合

- **集合** : ものの集まり
- **点** または **要素** : 集合を構成するもの（数学では **元** という用語が用いられる）

写像

A，B : 集合

- **写像**: A の各点を，B の１つの点にそれぞれ対応させる規則

写像を f とするとき，記号 $f\colon A \to B$ で表わすことがある。

- $f(x)$: 集合 A の元 x が写像 f によって対応する集合 B の元
- f の**定義域** : 集合 A
- f の**終域** : 集合 B

2. 線型写像

n 次元空間 $\mathbb{R}^n$ から m 次元空間 $\mathbb{R}^m$ への写像 f であって，次の二つの条件を満たすものを**線型写像**という。

(1) $\mathbb{R}^n$ の各点 x，y に対して，$f(x+y) = f(x) + f(y)$
(2) $\mathbb{R}^n$ の各点 x と実数 c に対して $f(cx) = cf(x)$

特に $n = m$ のとき，線型写像 f を**線型変換**という。(m, n) 型行列 A は，線型変換の場合と同様にして線型写像 $T_A\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$ を定める。（$\mathbb{R}^n$ の各点 $\boldsymbol{x}$ を $\mathbb{R}^m$ の点 $A\boldsymbol{x}$ へ対応させる。）

性質

どんな線型写像 $f\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$ にも適当な (m, n) 型行列 A がただ一つ定まって，$f = T_A$ となる。つまり，線型写像と行列の間には一対一の対応がある。

A，B : 以下の演算が定義される行列

- $T_{A+B} = T_A + T_B$
- $T_{cA} = cT_A$
- $T_{AB} = T_A \circ T_B$

（$T_A \circ T_B$ は写像の合成と呼ばれるもので，点 $\boldsymbol{x}$ を点 $T_A(T_B(\boldsymbol{x}))$ へ対応させる写像）