

# 第1回 ベクトル



## 1. 基本用語

- **ベクトル** : 大きさと方向を持つもの (例: 速度)
- 点  $P$  の**位置ベクトル** : 空間内の点  $P$  に対して、始点が原点であるベクトル
- **成分表示** : ベクトル  $\mathbf{a}$  が点  $P$  の位置ベクトルと等しいとき、 $\mathbf{a}$  を点  $P$  の座標を用いて表わす
- $\mathbf{0}$  : 零ベクトル, 長さが  $0$  のベクトル
- $\|\mathbf{a}\|$  : ベクトルの大きさ (長さ)

## 性質

- ベクトル  $\mathbf{a}$  が成分表示  $(a_1, a_2, \dots, a_n)$  を持つとき  $\|\mathbf{a}\| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2}$
- ベクトル  $\mathbf{a}, \mathbf{b}$  が平行  $\Leftrightarrow$  実数  $k \neq 0$  が存在して  $k\mathbf{a} = \mathbf{b}$

## 2. ベクトルの演算

- **足し算** : ベクトルを繋ぐ操作
- **実数倍** : ベクトルを伸ばすか, 方向を逆転させる操作
- **内積** :  $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} := \|\mathbf{a}\|\|\mathbf{b}\| \cos \theta$  (教科書では  $(\mathbf{a} | \mathbf{b})$  の記号)

## 3. 内積の性質

- $\mathbf{a} = (a_1, \dots, a_n), \mathbf{b} = (b_1, \dots, b_n)$  のとき  $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = a_1 b_1 + \dots + a_n b_n$
- ベクトル  $\mathbf{a}, \mathbf{b}$  が直交  $\Leftrightarrow \mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = 0$
- $|\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}| \leq \|\mathbf{a}\|\|\mathbf{b}\|$  (Schwartz の不等式)
- $\|\mathbf{a} + \mathbf{b}\| \leq \|\mathbf{a}\| + \|\mathbf{b}\|$  (三角不等式)

## 4. 平面の方程式

3次元空間  $\mathbb{R}^3$  において  $ax + by + cz = d$  ( $(a, b, c) \neq (0, 0, 0)$ ) の解全体からなる集合は平面  
平行ではない2つのベクトル  $\mathbf{a}, \mathbf{b}$  に対して, 点  $P$  を通る平面のベクトル方程式

$$\mathbf{x} = \mathbf{x}_0 + t\mathbf{a} + s\mathbf{b}$$

( $\mathbf{x}_0$  : 点  $P$  の位置ベクトル。  $s, t$  : 実数)