線形代数学 I レポート

提出期限: 2019 年 6 月 7 日授業終了時
A4 の用紙に書いて提出。2 枚以上になる場合は左上を綴じること。

1. 3 次元空間内のベクトル $\boldsymbol{a} = (1,\, 0,\, -2)$，$\boldsymbol{b} = (-1,\, 3,\, 1)$ について，次の問いに答えよ。

1) ベクトル $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ それぞれと直交するベクトル $\boldsymbol{n}$ を一つ挙げ，直交する理由を述べよ。
2) ベクトル $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}$ を共に含み，かつ点 $(1, 0, 0)$ を通る平面 α の方程式を $ax+by+cz+d=0$ の形で答えよ。
3) 方程式 $2x+3y+z+1=0$ で表わされる平面 β と平面 α との交わりはどのようになっているか答え，その理由を述べよ。

2. 行列から定まる線型写像について次の問に答えよ。

1) $A = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ から定まる線型写像 T_A は，1 次元空間の点 -1，1，0 を 2 次元空間のどの点に対応させるか答えよ。
2) 3 点 $T_A(-1)$，$T_A(0)$，$T_A(1)$ は 2 次元空間で同一直線上にある。その直線の方程式を $ax+by+c=0$ の形で答えよ。
3) $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -4 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ から定まる線型写像 T_B は，3 次元空間の点 $e_x = (1,\, 0,\, 0)$，$e_y = (0,\, 1,\, 0)$，$e_z = (0,\, 0,\, 1)$ を 2 次元空間のどの点に対応させるか答えよ。
4) 3 点 $T_B(e_x)$，$T_B(e_y)$，$T_B(e_z)$ は 2 次元空間で同一直線上にある。その直線の方程式を $ax+by+c=0$ の形で答えよ。

3. 2 次元空間の二つの点を $e_x = (1, 0)$，$e_y = (0, 1)$ とおく。次の問いに答えよ。

1) 点 e_x，点 e_y をそれぞれ点 $(1, -2)$，点 $(0, 3)$ へ対応させる線型変換を定める行列 A と，それぞれ点 $(2, 1)$，点 $(-1, 0)$ へ対応させる線型変換を定める行列 B を求めよ。
2) 行列 B は正則である。逆行列 B^{-1} を求め，行列 B が実際に正則であることを示せ。
3) 点 $(2, 1)$，点 $(-1, 0)$ をそれぞれ点 $(1, -2)$，点 $(0, 3)$ へ対応させる線型変換を定める行列 C を求めよ。

4. 次の行列を基本変形で簡約化し，階数を求めよ。

$$\begin{pmatrix} -2 & -2 & 4 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$