

学籍番号

氏名

演習 5.1 次のスカラー場  $\phi(x, y, z)$  の勾配を求めよ.

(1)  $\phi(x, y, z) = x^2 + z^2$

(2)  $\phi(x, y, z) = x^2yz$

(3)  $\phi(x, y, z) = \sin xy + \cos yz$

(4)  $\phi(x, y, z) = e^{xyz} + \log x^2yz$

**演習 5.2** ベクトル  $\mathbf{r} = (x, y, z)$  について, その大きさを  $r = |\mathbf{r}|$  とすれば次が成り立つことを示せ.

$$(1) \quad \nabla r = \frac{\mathbf{r}}{r}$$

$$(2) \quad \nabla \log r = \frac{\mathbf{r}}{r^2}$$

$$(3) \quad \nabla \frac{1}{r} = -\frac{\mathbf{r}}{r^3}$$

**演習 5.3** スカラー場  $\phi = x^2y + y^2z + xz^2$  の点  $P(2, 2, 1)$  におけるベクトル  $\mathbf{a} = (3, 0, 4)$  方向の方向微分係数を求めよ. また,  $P$  における方向微分係数の最大値を求めよ.