
演習問題 (ベクトル解析)

学籍番号

氏名

演習 12.1 曲面 $\mathbf{r} = (2v \cos u, 2v \sin u, v)$ ($0 \leq u \leq 2\pi, v \geq 0$) に対して次の問いに答えよ.

(1) 曲面 \mathbf{r} は円錐面 $x^2 + y^2 = 4z^2$ ($z \geq 0$) を表すことを確かめ, その曲面を図示せよ.

(2) 曲面 \mathbf{r} の単位法線ベクトル \mathbf{n} と, $0 \leq v \leq 2$ のときの面積 S を求めよ.

演習 12.2 曲面 $\mathbf{r} = (u \cos v, u \sin v, u^2)$ ($0 \leq u \leq 2, 0 \leq v \leq 2\pi$) は回転放物面 $x^2 + y^2 = z$ ($z \leq 4$) を表すことを確かめ、その曲面を図示せよ。また、その曲面の単位法線ベクトル \mathbf{n} と面積 S を求めよ。

演習 12.3 平面 $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$ ($a, b, c \geq 0, x, y, z \geq 0$) の単位法線ベクトル \mathbf{n} と面積 S を求めよ。

ヒント： $x = u, y = v$ とすると、 $z = z(u, v)$ と表せる。すなわち $\mathbf{r} = (u, v, z(u, v))$ として計算する。
ここで $0 \leq v \leq b(1 - \frac{u}{a}), 0 \leq u \leq a$ である。