

微分積分学II 演習問題5 解答

2017年10月19日

1.

1) $\frac{2}{x-4} + \frac{1}{x+1}$

2) $-\frac{1}{x-1} + \frac{1}{(x-1)^2} + \frac{1}{x}$

2.

1) $2 \log|x-4| + \log|x+1| + C$

2) $-\log|x-1| - \frac{1}{x-1} + \log|x| + C$

3.

1) $t = \tan \frac{x}{2}$ とおくと、

$$\begin{aligned} \int \frac{1}{1 + \cos x - \sin x} dx &= \int \frac{1}{1 + \frac{1-t^2}{1+t^2} - \frac{2t}{1+t^2}} \cdot \frac{2}{1+t^2} dt \\ &= \int \frac{2}{(1+t^2) + (1-t^2) - 2t} dt \\ &= \int \frac{1}{1-t} dt \\ &= -\log|1-t| + C \\ &= -\log\left|1 - \tan \frac{x}{2}\right| + C. \end{aligned}$$

2) $t = \sqrt{x+1}$ とおくと、 $t^2 = x+1 \rightsquigarrow x = t^2 - 1$. よって、 $dx = 2t dt$.

$$\begin{aligned} \int \frac{x}{\sqrt{x+1}} dx &= \int \frac{t^2 - 1}{t} \cdot 2t dt \\ &= 2 \int t^2 - 1 dt \\ &= \frac{2}{3}t^3 - 2t + C \\ &= \frac{2}{3}(x+1)\sqrt{x+1} - 2\sqrt{x+1} + C. \end{aligned}$$

4. 教科書参照

5. 教科書参照