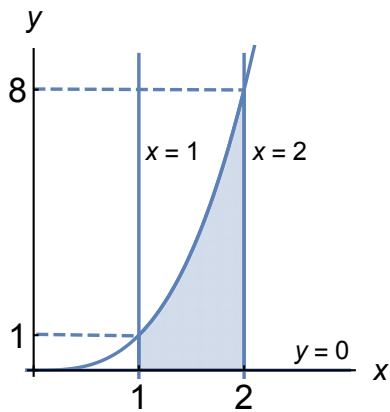


微分積分学 II 演習問題 10 解答

2017 年 12 月 14 日

1.

1) 図は以下の通り。

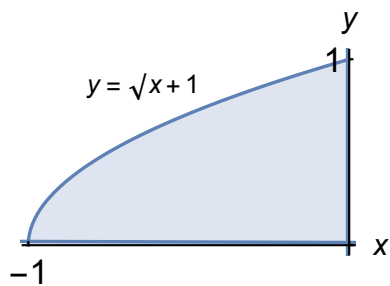


2) $S = \int_1^2 x^3 dx.$

3) $S = \frac{15}{4}.$

2.

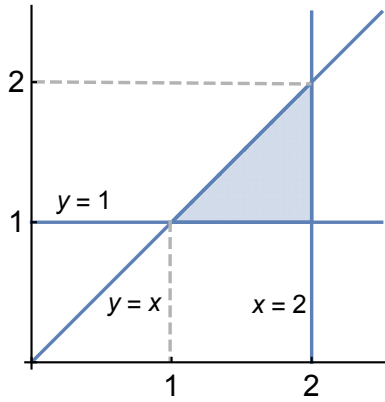
1) 図は以下の通り。



したがって、

$$\int_{-1}^0 \sqrt{x+1} dx = \frac{2}{3}.$$

2) 図は以下の通り。



したがって、

$$\int_1^2 (x - 1) dx = \frac{1}{2}.$$

3. 図より、面積 S は次の式で与えられる。

$$S = \int_{-1}^1 y dx$$

$x = \cos t$ より $dx = -\sin t dt$ であり、積分区間は $x : -1 \rightarrow 1$ のとき $t : \pi \rightarrow 0$ となる。

よって

$$\begin{aligned} S &= \int_{\pi}^0 \sin t \cdot (-\sin t) dt \\ &= \int_0^{\pi} \sin^2 t dt \\ &= \int_0^{\pi} \frac{1 - \cos 2t}{2} dt \\ &= \left[\frac{t}{2} - \frac{\sin 2t}{4} \right]_0^{\pi} \\ &= \frac{\pi}{2}. \end{aligned}$$

4.

$$1) \pi \int_0^2 (\sqrt{x})^2 dx = \pi \int_0^2 x dx = 2\pi.$$

$$2) \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x dx = \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1 + \cos 2x}{2} dx = \frac{\pi^2}{4}.$$

5. $y' = \sqrt{3}$ だから、

$$\int_1^2 \sqrt{1 + (\sqrt{3})^2} dx = \int_1^2 2 dx = 2.$$

6. 教科書参照

7. 教科書参照